

12,8 м. Далее ставится вопрос о величине коэффициента подобия и дается задание на вычисление высоты других макетов, представленных в парке.

В заключение с сожалением отметим, что подобных заданий, связывающих мир искусства и литературы нет в школьных учебниках математики, а вузовских учебниках математики порою нет и исторических ссылок. Это не способствует реализации культурологического подхода в обучении математике на различных ступенях этого процесса и обедняет развивающие и воспитательные функции математики как учебного предмета.

Н.Л. Майорова, Г.В. Шабаршина (Ярославль)

ЗАДАЧИ КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ШКОЛЕ И В ВУЗЕ

Раздел математического анализа «Дифференциальное исчисление» представлен в программе единого госэкзамена, в основном, в виде задач, в которых требуется по графику функции или ее производной ответить на несложные вопросы касательно количества точек экстремума, промежутков монотонности определенного характера, величины углового коэффициента касательной и т.п. Заявлена также задача о нахождении наибольшего или наименьшего значения функции на заданном отрезке. Какие же знания и умения демонстрируют школьники? В большинстве случаев – лишь на уровне алгоритмических действий, по аналогии с ранее решенными задачами. Неоднократно говорилось, что в рамках средней школы можно в общеобразовательных классах не изучать дифференциальное и интегральное исчисление, так как профессионально ориентированные учащиеся будут подробно изучать этот раздел в высшей школе, а в средней оставить больше времени на закрепление других тем. Материал этот сложный, понятие производной является фундаментальным в курсе математического анализа, но без глубоких теоретических обоснований преподносится на уровне некоторого магического правила. Стоит лишь слегка изменить условие, переформулировать его, и задача останется нерешенной. Например, можно просто спросить: «Найти множество значений функции f ».

Поскольку информация, которую учитель хочет донести до них, должна быть, в первую очередь, наглядной, то начинать обсуждение этой тематики нужно не с производной. Предложить серию задач, в которых требуется найти наибольшее и наименьшее значения из всех значений, которые функция принимает на заданном промежутке. Построить графики, обсудить, как можно в элементарных случаях аналитически найти эти значения. Для функций типа $y = 2 \cos x + 1$ решение может быть подкреплено рассмотрением задачи на тригонометрическом круге. В качестве значений аргумента можно взять $x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3} \right]$; $x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3} \right]$ и т.д.

Далее может следовать серия задач, в которых для достаточно сложных функций вопрос о нахождении наибольшего и наименьшего значений

решается без использования производной. Например, это можно сделать для функций вида $y = \sqrt{\sin^2 x - \sin x + \frac{13}{2}}$, $y = \log_{\frac{5}{2}}\left(x^2 - x + \frac{13}{2}\right)$, $y = 2^{1-4x-x^2} + 5$ и т.п.

Поскольку понятие непрерывности также изучается в школе, то учащиеся на уровне здравого смысла могут обсудить теорему Вейерштрасса: «Непрерывная на отрезке функция достигает на этом отрезке наибольшего и наименьшего значений». Учителю следует показать на примерах важность условий теоремы: функция непрерывна и задана на отрезке. Непрерывность – это понятие очень наглядное. Как говорил Лейбниц, «Ничто, кроме геометрии, не может дать путеводной нити в лабиринте построений, связанных с непрерывностью». Следует также обратить внимание на тот факт, что функция, монотонная на отрезке, принимает наибольшее и наименьшее значения на его концах. Этот факт тоже хорошо иллюстрируется на графиках. Пример графика функции $y = \frac{x}{1+x^2}$, в свою очередь, покажет, что эта функция достигает наибольшего и наименьшего значений, но найти их не просто. Нужно уже говорить о том, что хорошо бы иметь математический аппарат для решения подобных задач.

После разбора таких серий задач можно сделать переход к решению текстовых задач. В условии многих практических задач содержатся дополнительные ограничения, приводящие к отысканию наибольшего или наименьшего значения функции на промежутке. Сначала стоит подобрать текстовые задачи геометрического или экономического содержания, чтобы они решались пока без использования производной.

Однако решение задачи «Из куска проволоки длиной 30 см изготовлен прямоугольный треугольник, имеющий наибольшую площадь. Какова эта площадь?» приведет учащихся к получению функции площади прямоугольного треугольника, зависящую от острого угла α , где $0 < \alpha < 90^\circ$. Эта функция имеет вид $S(\alpha) = \frac{225 \sin \alpha \cos \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha + 1)^2}$. Очевидно, что найти угол

треугольника, имеющего наибольшую площадь, не просто. Можно переходить к обсуждению методики нахождения наибольшего и наименьшего значений с использованием производной.

Первый семестр в классическом университете начинается с изучения математического анализа и посвящен дифференциальному исчислению. Но, естественно, вначале нужно изучить теорию пределов. В математическом анализе понятие предельного перехода является основным. Производные, интегралы, мера множества, ряды – это все пределы. При изучении математического анализа очень подробное, очень абстрактное описание понятий должно опираться на краткое, ясное, лучше визуальное представление. На первом курсе начинается изучение дисциплин «Основы программирования» и «Основы информатики». По каждой из них есть практикум, где сту-

денты пишут программы для решения различных, пока небольших, задач. Часть вычислительных задач по алгебре и математическому анализу вполне может выполняться в качестве лабораторных работ. Студент может видеть, например, что значит «последовательность стремится к своему пределу». А если еще иметь программы для визуализации результатов вычислений, то появится возможность у студентов посмотреть, как выглядят определения типа $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$; $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$.

Для лучшего усвоения материала студентом следует уделять внимание как содержанию курса, так и выбору формы изучения материала [1].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Прикладные задачи на занятиях по математическому анализу или как приобщить студента к «большой науке» // Математика и компьютерные науки в классическом университете: материалы 6-й научной конференции/ Ярослав. Гос. ун-т им. П.Г. Демидова. – Ярославль: ЯрГУ, 2016. – С. 96-101.

Т.И. Варкентина (Барнаул)

РЕШЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ЗАДАЧ В УСЛОВИЯХ РЕАЛИЗАЦИИ ФГОС СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

Сегодня в системе общего образования особое место уделяется специализированной подготовке (профильному и углубленному изучению отдельных предметов) в старших классах общеобразовательной школы, которая должна быть ориентирована на построение индивидуальной траектории образования, социализацию подростков, осознанность выбора своей будущей профессиональной деятельности.

Одной из основных задач школы на современном этапе является подготовка выпускника, способного к самореализации, самоопределению, адаптации к жизни в обществе с учетом национальных культурных традиций и ценностей мировой культуры.

Решением таких задач может быть создание таких образовательных учреждений, где бы учащиеся могли себя попробовать в той или иной профессии. В таких школах должна быть организована специальная деятельность – предпрофессиональная подготовка, как индивидуальная образовательно-познавательная деятельность обучающихся, направленная на формирование осознанного выбора профессии на основе знаний, полученных при освоении образовательных программ среднего общего образования, жизненного опыта, совокупности знаний о социально-экономических и психофизиологических особенностях профессии и соотношения с ними потенциальных возможностей здоровья и личностных качеств. [3]

При реализации предпрофессиональной подготовки происходит не только знакомство с представителями профессии, психологическое тестирование готовности к ней, но и направленность на постижение старше-