

учащимися того факта, что метод математического моделирования является методологической основой математики и универсальным методом изучения реального мира с помощью математики.

Следует обратить внимание на трансформацию принципа научности при обучении математике. При организации усвоения учебного материала ученики должны понимать, какие понятия имеют в учебнике математическое определение, а каким математическим объектам в учебнике дано лишь описание и они формируются как «предпонятие» с опорой на жизненный опыт школьников. Целесообразно также достичь понимания обучающимися, какие теоремы доказываются, а усвоение каких математических фактов лишь сопровождается объяснением их целесообразности или приводится достаточно убедительная аргументация их существования и возможного круга применимости. В противном случае мы сталкиваемся с ситуациями, когда описание понятия принимается учителем, а следом за ним и учащимися, за определение. Практика чтения курса «Методика обучения математике» показывает, что значительное количество студентов педвуза при изучении ими школьных учебников не готовы самостоятельно ответить на перечисленные выше вопросы. Необходимо прививать студентам – будущим учителям математики умение внимательно читать и понимать тексты школьных учебников. Так, например, в учебнике «Геометрия, 7-9» под редакцией Л.С. Атанасяна, вводится понятия треугольника как фигуры, состоящей из трёх точек, не лежащих на одной прямой, соединенных отрезками, то есть треугольник рассматривается как «рамка», но тогда площадь такого треугольника равна нулю. Учителю следует обратить внимание, что в случае изучения площадей треугольников и многоугольников следует вести речь о треугольнике (многоугольнике) вместе с его внутренней частью. Достижение таких умений будущим учителем вряд ли возможно без постижения науки математики, её структур и методов, понимания её универсальности.

Н.С. Подходова, В.В. Орлов (Санкт-Петербург)
**КУЛЬТУРОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД КАК ОСНОВА РЕАЛИЗАЦИИ
МЕТАПРЕДМЕТНОЙ ФУНКЦИИ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ**

Современный этап развития наук характеризуется быстрым ростом информации, обработка которой требует обращения к математике, что проявляется в математизации наук, а значит, необходимости овладения математической культурой каждым человеком. Это предполагает построение школьного математического образования на основе культурологического подхода. Подход в образовании – это методологическая ориентация, базирующаяся на определенной философской основе и определяющая использование определенных идей, понятийного аппарата, методов и приемов педагогической деятельности. Подход включает принципы отбора содержа-

ния и организации деятельности. Культурологический подход – это методологическая ориентация, философской основа которой является ценностный аспект образовательной деятельности. Его представителями являлись А. Герцен, В. Белинский, И. Киревский, К. Леонтьев, И. Ильин, П. Сорокин.

Культурологический подход в педагогике рассматривают как «видение образования сквозь призму понятия культуры, все компоненты которой наполнены человеческими смыслами и служат человеку, свободно проявляющему свою индивидуальность, способному к культурному саморазвитию и самоопределению в мире культурных ценностей».

Реализация культурологического подхода, в первую очередь, позволит повлиять на достижение личностных и метапредметных результатов при обучении математике, т.к. становление многих личностных особенностей определяется освоением человеком культуры.

Культурологический подход в образовании позволяет объединить в образовательном процессе школы общекультурный, специальный и психолого-педагогический блоки, что будет способствовать достижению личностных и метапредметных результатов.

В основе отбора математического содержания лежит принцип "от человека образованного к человеку культурному", который ориентирует на анализ предметного и внепредметного содержания с позиции целостной культуры личности (Перминов Е.А. Культурологический подход как методологическая основа математического просвещения // Образование и наука. Том 19, № 10. 2017/ The Educational Science Journal. Vol. 19, № 10. 2017). Также значимым для математики являются принцип преемственности культурно-исторического и социально-педагогического опыта.

На картине испанского художника Сальвадора Дали «Тайная вечеря» сюжет представлен внутри додекаэдра. На вопрос «Почему?» немного найдется выпускников школы, которые дают правильный ответ. А ответ кроется в философских размышлениях математиков, который пытались объяснить мироздание. В частности, в теории Платона, додекаэдр обозначал Вселенную. И современный мир помогает объяснить и описать математика. В основе структуры ДНК, как пишет в своей книге «Heartmath» физик Дэн Винтер лежит священная геометрия, хотя, могут обнаружиться ещё и другие скрытые взаимосвязи. Так, например, молекула ДНК составлена из взаимоотношений двойственности додекаэдров и икосаэдров (Dan Winter, Heartmath).

Культурологическая парадигма в большей степени ориентирует не на знания, а на освоение элементов культуры. В качестве основных, наиболее устойчивых элементов культуры выделяют язык, социальные ценности, социальные нормы, традиции и обряды. Из этих элементов язык выполняет роль распространителя (ретранслятора) культуры, что демонстрирует его определяющую роль и в освоении других элементов культуры.

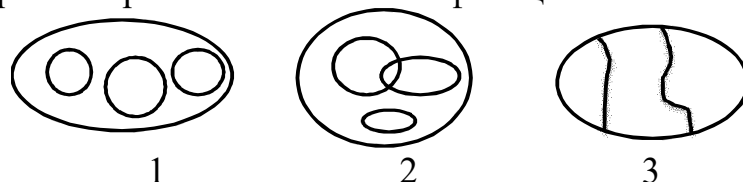
Язык – это система знаков и символов, наделенных особым значением. Он возникает на определенной стадии развития общества для удовлетворения многих потребностей. Основные его функции – создание, хранение и передача информации, что определяет его значимую роль в информационном обществе. Язык как средство общения включает алфавит, синтаксис, семантику. С помощью языка создается система понятий, лежащих в основе любого учебного предмета, являющегося проекцией науки, формулируются утверждения, делаются умозаключения, и, наконец, строятся теории. Анализ результатов PISA 2015 показал, что среди видов математической деятельности наиболее низкие результаты школьники показывают при проверке умения формулировать, т.е. представить некую ситуацию на формальном языке. С заданиями, проверяющими владением этим умением, справились только 33% российских школьников.

Перечисленные выше формы мышления, с одной стороны, конструируются логикой, с другой стороны, изучаются данным разделом философии. Логические законы – строго универсальные утверждения, распространяющие свою истинность на все вещи универсума. Изучать логику можно средствами разных дисциплин, но наиболее целесообразно это делать на уроках математики, т.к. математика – наука, построенная на формальной логике, и количество ее объектов, как выдуманных людьми, ограничено. И в математике все выводы логики «срабатывают» стопроцентно, в то время как в других науках постоянно находятся исключения, когда при данных условиях наблюдаются отклонения от того, что должно получиться. Приоритет математики в изучении логики, освоении логических универсальных действий подтверждается и эмпирически. Учителям разных учебных предметов было предложено задание на такое УУД как классификация.

Задание 1. Определите делимое понятие, основание деления.



Найдите, на каком из рисунков с помощью кругов Эйлера правильно изображена рассмотренная выше классификация



Из выполнивших задание неправильно 6% составили учителя математики, 20% – учителя естественнонаучных дисциплин, 74% – учителя гуманитарных и общественных дисциплин.

Еще двадцать лет назад выдающийся математик В. И. Арнольд предупреждал, что «математическая безграмотность губительнее костров инквизиции». А выдающийся ученый в области математики и информатики А.П.

Ершов не уставал повторять, что для нее (информатики) математика является материнской наукой». Это особенно важно помнить в наступившую эру цифрового общества, порожденную лавинообразным распространением информационных процессов и информационных технологий. Математика, как и информатика, «представляет собой “метадисциплину”, в которой сформировался язык, общий для многих научных областей. «Поэтому велико значение математики, как и информатики, в социализации школьников, в профессиональной ориентации и профессиональном самоопределении молодежи».

Понимание и признание культурологического значения математики в системе учебных предметов не является завоеванием сегодняшнего дня. На протяжении более чем трехсотлетней истории государственной системы образования в России математика являлась ее неотъемлемой частью. Если роль предмета в формировании общей культуры специально не подчеркивалась, то значение предмета как средства социализации обучающихся было очевидно и признано на всех этапах истории государства. В знаковой для истории отечественного математического образования программе по математике 1919 года было сказано, что “программа-минимум не предназначается для будущих специалистов в области математики, а направлена на вооружение школьников приемами и умениями познания. Она создается не столько в интересах будущих математиков или будущих техников, сколько в целях пополнения тех недостающих звеньев в системе гуманитарного образования, понимая последнее в широком смысле слова, какие может дать только математика”. Сказанное явно подчеркивало гуманитарный характер математики как школьного предмета и прикладную (в широком смысле) направленность предмета, ориентировало преподавателей на необходимость развития мыслительной деятельности ученика и организацию самостоятельной познавательной деятельности школьников при освоении предметного содержания. Такое понимание роли предмета сложилось, конечно, раньше – во второй половине XIX в., когда методика обучения математике стала формироваться как научная система, опирающаяся на данные зарождавшейся в то время возрастной психологии с ее главным вопросом: «Кого мы учим?».

Общеизвестно, что в возрастной период 5-7 классов происходит становление математических способностей. В результате обучения в средней школе учебная математическая способность преобразуется либо в собственно математическую способность, что становится основой будущей профессиональной деятельности ученика, либо в математический стиль мышления, основной характеристикой которого является аргументированность суждений. Известный математик В.В. Успенский отмечает, что доказательство играет в математике центральную роль. При этом он добавляет, что

доказательство самой математике не принадлежит: «Оно принадлежит логике и больше всего – психологии»¹.

Поэтому общекультурной составляющей математики, которая может быть предложена в рамках культурологического подхода как основа интеграции учебных предметов, является деятельность по овладению языком математики, в частности, его логической составляющей, а также стремление к обоснованию, его аргументированности.

Рассматривая изучение математики как деятельность по решению разнообразных задач, мы полагаем, что все участники процесса должны владеть стратегиями поиска решения математических задач, методами решения задач, знать типологии математических задач. Без этого мы не можем быть уверенными, что в полной мере реализуем все обозначенные выше задачи. Обучение методологии математической деятельности касается, прежде всего, студентов педагогических вузов и практикующих учителей математики. Кроме обучения методике работы с математическими задачами этих участников образовательного процесса, следует формировать у них устойчивую мотивацию необходимости специального обучения работе с математическими задачами школьников и студентов, когда последние осваивают курс высшей математики. С сожалением отметим, что подавляющее большинство действующих учебников математики для школ и вузов не уделяют этим вопросам практически никакого внимания.

В современных реалиях математика в качестве научной системы понимается как часть культуры, истории, универсальный язык науки. Это находит свое отражение и в учебном предмете. К другим культурным ценностям математики относят освоение историко-культурного наследия и наполненность научных понятий человеческими смыслами, служащими человеку. Говоря о последнем, мы фактически рассматриваем философский мировоззренческий аспект обучения математике, связанный с пониманием ее места в мире. Вряд ли умение вычислить производную сложной функции повлияет на мировоззрение школьника. А вот понимание того, что суть производной функции в точке – скорость изменения процесса, который может изучаться в разных областях науки, демонстрирует ценность математики и влияет на мотивацию школьника.

Этому способствует и межпредметные задания, организующие проблемную ситуацию и повышающие мотивацию школьника.

Задание 2.

- Что отличает жертву Черномора и Дюймовочки от обычных людей?
- Почему нет людей таких размеров, как вы думаете?

Поможет ответить на этот вопрос новый вид функциональной зависимости.

¹ Логика: Учеб. пособие для общеобразоват. учеб. заведений, шк. и классов с углубл. изуч. логики, лицеев и гимназий / А.Д. Гетманова, А.Л. Никифоров, М.И. Панок и др. – М.: Дрофа, 1995.



Выполнение такого типа заданий подводит ученики к выводу о том, что математика помогает объяснять разные явления.

Существенную роль в освоении достижений мировой культуры и истории цивилизации роль играет история математики, освоение ее элементов школьниками и изучение этого учебного предмета студентами – будущими учителями математики и потенциальными преподавателями математики вузов. Для студентов было бы интересно в рамках такого курса возникновение и решение средствами математики различных прикладных задач, которые возникали в ходе развития общества. Эти приложения они затем могли продемонстрировать ученикам. Не помешает и краткое упоминание биографических данных при изучении именных теорем и формул в курсах алгебры, геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики и других. Отметим, что и биографии ученых-математиков тесно связаны с историей цивилизации, ее драматическими периодами. Общеизвестно, что создатель проективной геометрии Жан-Виктор Понселе участвовал в войне 1812 года, ряд своих знаковых работ по математике написал в плену в Саратове в 1812 – 1814 гг.

При обучении математике в школе учителями также уделяется некоторое внимание истории математики. Следовало бы сделать эту работу более систематичной. Системообразующим межпредметным заданием в этом направлении может стать изучение фрески Рафаэля «Афинская школа» (Музей Ватикана, 1508), а старшеклассникам можно предложить составить Пантеон выдающихся математиков со времен античности до наших дней. Возможно, такое задание не станет лишним и для студентов.

Связям математики и музыки, архитектуры, литературы, живописи посвящено довольно много научно-популярных изданий. В этом ряду достаточно вспомнить книгу М.А. Волошинова «Математика и искусство». Соответствующие сюжеты могут быть положены в основу заданий для школьников, которые будут способствовать освоению учениками как математического, так и общекультурного контента. Приведем ряд примеров.

В начале изучения систематического курса геометрии школьникам целесообразно предложить следующее задание.

Задание 3. Какие геометрические формы вы можете выделить на картине Василия Кандинского «Композиция VIII» (1923, Музей Соломона Гугенхайма, Нью-Йорк)? Какие линии на ней представлены?

Назовите другие картины Василия Кандинского с изображением геометрических фигур. Попробуйте самостоятельно найти картины с изображением геометрических фигур у других художников.

При изучении школьниками подобия в качестве системообразующего может выступить следующее задание, основанное на литературном сюжете.

Задание 4. В XIV главе первой части романа Жюль Верна «Таинственный остров» описано, как один из главных героев Сайрес Смит измеряет высоту плато Кругозора над уровнем моря, точнее говоря, вычисляет эту высоту, используя подобие треугольников. Внимательно прочтите указанный выше фрагмент романа. Установите, какой была процедура вычислений, какие измерения были проведены, какими теоретическими фактами воспользовался инженер Смит для вычислений. Сделайте соответствующий описанной в романе ситуации рисунок.

Как по-иному можно было вычислить высоту скалы? Какие измерения и вычисления следовало бы для этого провести? Какие инструменты вам бы для этого понадобились?

Какие треугольники называются подобными, какие признаки подобия треугольников вам известны? Что называется коэффициентом подобия?

Где вы встречались с подобными фигурами? Какие фигуры называются подобными? Нарисуйте подобные фигуры.

На фоне какого исторического события развивался сюжет романа? Что вам известно об этом событии?

Связь математики и архитектуры легко проследить, просто изучая изображения мировых шедевров архитектуры и выделяя известные пространственные формы. Однако мы можем предложить специальное задание 5.

Задание 5. В столице Бельгии Брюсселе находится известный парк «Мини-Европа», в котором собраны уменьшенные копии известных памятников архитектуры европейских стран; есть в этом парке и действующие модели железной дороги, аэропорта, даже нефтяной платформы. Не знаете ли вы, какие копии шедевров архитектуры представлены в этом парке? В каких странах они расположены? Какие известные пространственные фигуры положены в основу конструирования этих объектов?

В настоящее время в годах России также появились аналогичные парки. Где именно? Какие объекты в них представлены?

Если бы вам пришлось конструировать парк «Мини-Россия», то какие исторические, архитектурные и ландшафтные объекты вы бы в нем расположили?

Продолжить работу с этим заданием возможно при изучении темы «Подобие», напомнив школьникам, что все объекты парка «Мини-Европа» выполнены в одном масштабе. Высота макета Эйфелевой башни составляет

12,8 м. Далее ставится вопрос о величине коэффициента подобия и дается задание на вычисление высоты других макетов, представленных в парке.

В заключение с сожалением отметим, что подобных заданий, связывающих мир искусства и литературы нет в школьных учебниках математики, а вузовских учебниках математики порою нет и исторических ссылок. Это не способствует реализации культурологического подхода в обучении математике на различных ступенях этого процесса и обедняет развивающие и воспитательные функции математики как учебного предмета.

Н.Л. Майорова, Г.В. Шабаршина (Ярославль)

ЗАДАЧИ КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ШКОЛЕ И В ВУЗЕ

Раздел математического анализа «Дифференциальное исчисление» представлен в программе единого госэкзамена, в основном, в виде задач, в которых требуется по графику функции или ее производной ответить на несложные вопросы касательно количества точек экстремума, промежутков монотонности определенного характера, величины углового коэффициента касательной и т.п. Заявлена также задача о нахождении наибольшего или наименьшего значения функции на заданном отрезке. Какие же знания и умения демонстрируют школьники? В большинстве случаев – лишь на уровне алгоритмических действий, по аналогии с ранее решенными задачами. Неоднократно говорилось, что в рамках средней школы можно в общеобразовательных классах не изучать дифференциальное и интегральное исчисление, так как профессионально ориентированные учащиеся будут подробно изучать этот раздел в высшей школе, а в средней оставить больше времени на закрепление других тем. Материал этот сложный, понятие производной является фундаментальным в курсе математического анализа, но без глубоких теоретических обоснований преподносится на уровне некоторого магического правила. Стоит лишь слегка изменить условие, переформулировать его, и задача останется нерешенной. Например, можно просто спросить: «Найти множество значений функции f ».

Поскольку информация, которую учитель хочет донести до них, должна быть, в первую очередь, наглядной, то начинать обсуждение этой тематики нужно не с производной. Предложить серию задач, в которых требуется найти наибольшее и наименьшее значения из всех значений, которые функция принимает на заданном промежутке. Построить графики, обсудить, как можно в элементарных случаях аналитически найти эти значения. Для функций типа $y = 2 \cos x + 1$ решение может быть подкреплено рассмотрением задачи на тригонометрическом круге. В качестве значений аргумента можно взять $x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3} \right]$; $x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{2\pi}{3} \right]$ и т.д.

Далее может следовать серия задач, в которых для достаточно сложных функций вопрос о нахождении наибольшего и наименьшего значений