2.3. Отбор определяется множеством значений ограниченных ($y = sinx, y = cosx$) или ограниченных снизу (корни четных степеней, показательная) функций.

2.4. На отбор влияет способ решения. К таким уравнениям можно отнести уравнения с модулями; уравнения, в процессе решения которых выполняются не равносильные преобразования (применение некоторых формул, содержащих тангенсы и котангенсы, в частности, универсальная тригонометрическая подстановка; умножение обеих частей уравнения на одну и ту же функцию и т. п.).

На основе представленной типологии разработаны дидактические материалы спецкурса для школьников и студентов – будущих учителей математики.

А.Н. Алексеева, С.Н. Горлова (Нижневартовск)

СХЕМЫ СТРУКТУРИРОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ РАЗДЕЛА «КОМБИНАТОРИКА» В 10-11 КЛАССАХ

Приоритетные цели математического образования, обозначенные в Концепции развития российского математического образования, связаны с развитием логического мышления, способностей к наблюдению и эксперименту, интерпретации результатов и вычислений. Комбинаторика – один из тех разделов математики, методический потенциал которого позволяет решать поставленные задачи.

Постановлением Министерства образования Российской Федерации от 23.09.2003 обозначена необходимость изучения в школе комбинаторики и теории вероятностей. Федеральными государственными образовательными стандартами в качестве результатов освоения основной образовательной программы по дисциплине «Математика» (базовый уровень) прописаны «сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер» [7, с.16]. Углубленный уровень предполагает «владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисление вероятности наступления события, в том числе с применением формул комбинаторики» [7, с.17].

На наш взгляд, акцент и должен быть сделан именно на владение формулами комбинаторики. Исследования, проведенные среди первокурсников, свидетельствуют о том, что в школе в 10-11 классах раздел комбинаторики и теории вероятностей рассматривается лишь в связи с задачами ЕГЭ. Какого-либо сформированного представления о формулах перестановок, размещений, сочетаний, приемах и способах решения комбинаторных задач на период поступления в университет обучающиеся не имеют.

Между тем, используемые при решении комбинаторных задач способы рассуждений играют особую роль в формировании мышления. «Математическое мышление тесно взаимосвязано с формированием внутренних математических структур» [6, с. 60], одной из которых является комбинаторная структура. В школьном курсе математики рассматривать раздел комбинаторики и теории вероятностей именно с этих позиций кажется более рациональным (по сравнению с тем, что в значительной части работ актуальность изучения указанного раздела связывается с необходимостью и возможностью использования материала этого раздела с принятием решений в различных областях человеческой жизнедеятельности). Без глубокого понимания способов и приемов действий, лежащих в основе решения комбинаторных задач, а не на основе поверхностного использования статистических формул это невозможно. В связи с этим, как отмечает В.А. Тестов, в обучении математике наряду с предметными знаниями должна присутствовать программа «тех действий, которые учащиеся используют в качестве средств усвоения знаний» [6, с. 63]. Комбинаторные схемы мышления в этом отношении обладают определенной спецификой.

В рамках настоящей работы были проанализированы учебники алгебры 10-11 классов.

Осознание и выполнение обучающимися процесса подсчета вероятностей невозможны без владения понятиями перестановок, размещений, сочетаний. Анализ учебников позволил сделать неутешительный вывод. Большинство авторов подходят формально к введению указанных понятий; в некоторых учебниках изложение излишне формализовано; отсутствуют яркие образные примеры, иллюстративность; в части учебников представлено недостаточное количество задач. В результате обучающиеся не видят различий и не осознают границ применимости формул комбинаторики. Знания по разделу не обобщаются и не систематизируются. Каким образом без владения основами комбинаторных вычислений подходить к определению вероятности – остается загадкой.

Исследования психологов свидетельствуют о возможном наличии комбинаторных структур мышления только к 13-15 годам, когда в обучении обязательно присутствует формализация знаний. Этот факт только подтверждает необходимость системного изучения комбинаторики.

Мы предлагаем с этой целью использовать схемы рассуждений структурного представления информации, которые помогут обучающимся на первых этапах запомнить знания, осмыслить их и систематизировать. Под схемами мы подразумеваем любое наглядное представление предметного содержания, действий по его преобразованию.

Роль схем трудно переоценить. «Схема, являясь знаковой формой представления и отображения некоторого содержания… может быть успешно использована при формировании математического мышления [1, с. 24]. Разными авторами схемы рассматриваются как средство систематизации учебной информации; активизации учебно-познавательной деятельности; развития внимания [5]. Схематичное представление информации (предлагаемое в готовом виде, либо сконструированное совместно с обучающимися) структурирует, систематизирует учебный материал. Схемы можно рассматривать как один из вариантов учебных текстов [2, 3]. Составление схем структурирования информации совместно с обучающимися сводит к минимуму фрагментарность знаний. Реализуя приемы структурирования информации обучающиеся, с одной стороны, обособляют информацию; выделяют существенные свойства, отличительные особенности, с другой стороны, – выделяют некоторую ее общность.

Анализ разделов учебников алгебры 10-11 классов, связанных с изучением комбинаторики, свидетельствует о линейности в изложении учебной информации. В учебниках не акцентируется внимание на существенных признаках и различиях при изучении понятий перестановок, размещений, сочетаний. Наглядность минимальна, изложение ведется сплошным текстом.

Определение подходов к построению схем структурирования учебной информации невозможно без обращения к психологическим исследованиям. Особенно это касается структурирования при изучении раздела комбинаторики, который имеет свои специфические особенности. Так, Л.В. Евдокимова в диссертационном исследовании обосновывает, что «ориентировочная основа для трех типов комбинаторных соединений должна строиться как единая, целостная система, наглядно раскрывающая связи между разными типами соединений, в отличие от их раздельного представления в существующих программах преподавания» [4, с. 9]. Факт целесообразности одновременного изучения учебной информации концентрации ее в одном месте подтверждается в [5]. Совместное изучение взаимосвязанных операций, понятий осуществлено Эрдниевым (УДЕ). При изучении комбинаторики эти идеи могут быть вполне удачно реализованы в целях повышения эффективности процесса обучения.

При построении схем структурирования учебной информации при изучении основных комбинаторных понятий предлагаем:

1. Одновременно рассматривать понятия перестановок, размещений, сочетаний; выделять в них специфическое и общее.

2. В начальных примерах, иллюстрирующих выбор той или иной формулы, целесообразно использовать одни и те же числовые данные. Желательно, чтобы числа были кратными.

3. В перечень начальных примеров можно включать задания с теми же числовыми данными. Но отличающиеся хотя бы одним действием, не имеющим места ранее. (Это нечто вроде стоп-сигнала, предостерегающего обучающегося от автоматизма в действиях, и включающего механизмы рефлексии. Например, после ряда задач на определение формулы предложить задачу: сколькими способами 12 учебников можно поровну разделить между 3 школьниками.)

4. Решение комбинаторных задач по возможности осуществлять различными способами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Берникова И.К. Схемы как средства организации мышления в процессе обучения математике // Вестник Омского университета. 2015. №1. С. 23-27.
2. Горлова С.Н., Долгина Г.П. Учебные математические тексты как средство формирования компетенций студентов СПО в процессе изучения математики // Традиции и инновации в образовательном пространстве России, ХМАО-Югры и НВГУ: материалы VI региональной научно-практической конференции (г. Нижневартовск, 13 апреля 2017г.) / отв. ред. Ю.В. Безбородова. Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гос. ун-та, 2017. С. 16–18.
3. Горлова С.Н., Лыгач Е.Е. Возможности учебных математических текстов в формировании исследовательских умений обучающихся // Традиции и инновации в образовательном пространстве России: материалы VII Всероссийской научно-практической конференции (г. Нижневартовск, 21 апреля 2018г.) / отв. ред. А.А. Никифорова. Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гос. ун-та, 2018. С. 12–15.
4. Евдокимова Л.В. Формирование комбинаторного мышления у младших школьников и подростков // Дис…канд. псих. наук. М., 2006.
5. Михнина Н.В. Способы структурирования учебного материала как условие развития внимания // Современные наукоемкие технологии. 2007. № 7. С.71-73; URL: http://www.top-technologies.ru/ru/article/view?id=25181 (дата обращения: 22.02.2019).
6. Тестов В.А. Математическая одаренность и ее развитие // Perspectives of Science and Education, 2014. № 6(12). С.60-67.
7. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования. URL: http://www.edu.ru/db/mo/Data/d_12/m413.html.

И.Г. Кулешова (Барнаул)

ТИПИЧНЫЕ ОШИБКИ УЧАСТНИКОВ ЕГЭ 2018 ПО МАТЕМАТИКЕ ПРОФИЛЬНОГО УРОВНЯ В АЛТАЙСКОМ КРАЕ, ВЫЯВЛЕННЫЕ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ВЕЕРА ОТВЕТОВ

Результаты выполнения заданий с кратким ответом участниками ЕГЭ 2018 года по математике профильного уровня в Алтайском крае в целом повысились. Наиболее слабые результаты отмечаются в выполнении заданий 7,8, 10-12. По сравнению с прошлым годом средний процент выполнения этих заданий вырос, за исключением задачи 10, но остался ниже 60%. Для выявления возможных причин погрешностей при выполнении «проблемных» заданий обратимся к вееру ответов участников экзамена открытого варианта.

Наиболее вероятными причинами неверных ответов в задаче 7 являются: подмена понятия «график производной функции» понятием «график функции»; непонимание геометрического смысла производной; незнание признаков монотонности непрерывной функции на промежутке; неумение применять производную для нахождения точек экстремума функции на отрезке.

Приступили к решению задания 11 и указали его ответ 87% участников экзамена, что отражает трудность решения текстовой задачи на работу для значительной доли участников экзамена, которым был предложен этот