Определим, будет ли разность $a_n - a_{n-1} = d1_{n-1}$ одинаковой для всех пар чисел. В данном случае, $d1$ – постоянная величина. Следовательно, наша последовательность является алгебраической последовательностью. Можем применить реккурентную формулу алгебраической прогрессии:

$a_{n+1} = a_n + d$. *А,в нашем случае,* $a_{n+1} = a_n + d1$,*или* $a_{n+1} = a_n + 4$.

Задание 2: Задать последовательность разными способами.

Последовательность: $a_n = n^2 - 4*n - ½$.

Решение: Последовательность задана формулой общего члена. Можем задать ее числовой последовательностью. Для этого подставим вместо n натуральные числа $n=1,2,3,4…$

a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 …

-2,5 , -3,5, -2,5, 0,5, 5,5…

D1: -1 1 3 5

D2: 2 2 2

Определим, будет ли разность $a_n - a_{n-1} = d1_k$ $(k = n-1)$ одинаковой для всех пар чисел. В данном случае, $d1$ – образует новую последовательность чисел. Определим, будет ли разность $d_k - d_{k-1} = d2_m$ $(m=k-1)$ одинаковой для всех пар чисел. В данном случае, $d2_m=2$ – постоянная величина для любых m. Следовательно, наша последовательность $D2$ является алгебраической последовательностью.

Можем применить общую формулу алгебраической прогрессии:

В нашем случае, $d1_k = d1_1 + d2_m(n-1)$,или $d1_k = -1 + 2(n-1) = -1+2*n-2=2*n-3$. Ссоответственно, $a_{n+1} = a_{n+} d1_k = a_n + 2*n-3$; $a_1 = -2,5$.

Таким образом, числовую последовательность можно задать разными способами. Как правило, всегда почти всегда можно из последовательности вывести новую последовательность, которая будет являться геометрической или алгебраической прогрессией.

Но, также заметим, что задать числовую последовательность формулой общего члена не всегда возможно - иногда последовательность задаётся путём перечисления её членов (например, последовательность простых чисел).

С.А. Титоренко, И.Н. Кугаева (Воронеж)

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕРАВЕНСТВ С МОДУЛЕМ

Формирование прочных умений и навыков решения неравенств вообще и с модулем, в частности, невозможно без знания теории. Поэтому учащиеся должны знать и уметь использовать два основных определения модуля: геометрическое и аналитическое. Общий метод решения задач с модулем основан на его аналитическом определении.

Для решения простейших неравенств с модулем существуют четко сформулированные алгоритмы.

Для более сложных применяются различные методы, которые можно разделить на общие (графический, метод интервалов, метод замены, функциональный метод) и частные (подходящие только для определенного вида неравенства). Владение различными методами решения неравенств с модулем значительно обогащает математическое мышление школьников.

Рассмотрим некоторые из нестандартных методов решения неравенств с двумя и более модулями. Их в литературе часто называют методами рационализации.

При решении неравенств вида $|f(x)|<|g(x)|$, можно воспользоваться свойством модуля числа $|f(x)|<|g(x)|$. Тогда исходное неравенство можно переписать в виде

$$|f(x)|<|g(x)| \leftrightarrow f^2(x)<g^2(x) \leftrightarrow f^2(x)-g^2(x)<0 \leftrightarrow \left(f(x)-g(x)\right)\left(f(x)+g(x)\right)<0.$$

Отсюда можно сделать следующие выводы:

1) $\left(|f(x)|-|g(x)|\right)\alpha(x) \leftrightarrow \left(f(x)-g(x)\right)\left(f(x)+g(x)\right)\alpha(x)<0;$

2) $|f(x)|-g(x)<0 \leftrightarrow \begin{cases} g(x)\ge 0, \\ \left(f(x)-g(x)\right)\left(f(x)+g(x)\right)<0. \end{cases}$

Пример 1. Решить неравенство: $\left|x^2-4x+3\right|+2<2|x-1|+|x-3|$.

Решение.

Заметим, что $x^2-4x+3=(x-1)(x-3)$.

Перепишем уравнение в следующем виде:

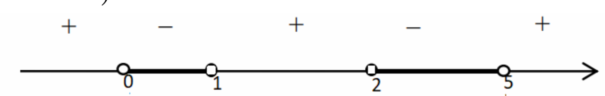
$|x-1|\cdot|x-3|+2-2|x-1|-|x-3|<0.$

Применим метод группировки.

$\left(|x-1|-1\right)\left(|x-3|-2\right)<0.$

$(x-1-1)(x-1+1)(x-3-2)(x-3+2)<0;$

$x(x-2)(x-5)(x-1)<0.$



Ответ: $(0;1)\cup(2;5)$.

Пример 2. Решить неравенство: $\dfrac{|x-5|-|x+4|}{|x-2|-|x+1|}<\dfrac{|x-2|-|x+1|}{|x+4|}$.

Решение.

Умножим обе части неравенства на положительную величину: $\dfrac{|x-5|+|x+4|}{|x-2|+|x+1|}$.

Получим, $\dfrac{(x-5)^2-(x+4)^2}{(x-2)^2-(x+1)^2}<\dfrac{|x-5|+|x+4|}{|x+4|} \leftrightarrow \dfrac{-9(2x-1)}{-3(2x-1)}<\dfrac{|x-5|+|x+4|}{|x+4|}$.

Последнее неравенство равносильно системе:

$$\begin{cases} 2x-1\neq 0; \\ x+4\neq 0; \\ 3|x+4|<|x-5|+|x+4|; \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x\neq \dfrac{1}{2}; \\ x\neq -4; \\ 2|x+4|-|x+5|<0. \end{cases}$$

Воспользуемся методом замены переменных.

$$\begin{cases} x\neq \dfrac{1}{2}; \\ x\neq -4; \\ (2x+8-x+5)(2x+8+x-5)<0; \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x\neq \dfrac{1}{2}; \\ x\neq -4; \\ (x+13)(x+1)<0. \end{cases}$$

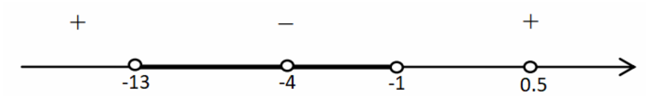


Рис 2

Ответ: $(-13;-4)\cup(-4;-1)$.

Пример 3. Решить неравенство $\dfrac{((x^2+x+1)^{x+1}-(x^2+x+1)^3)(x^2-7|x|+10)}{1-\log_{x^2}(x^2+3x-18)}<0$

Решение.

ОДЗ:. $\begin{cases} x^2+x+1>0, \\ x^2+3x-18>0, \Leftrightarrow (x+6)(x-3)>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-6)\cup(3;+\infty) \\ x\neq \mp 1, x\neq 0 \end{cases}$

Замена множителей:

1) $\left(\left(x^2+x+1\right)^{x+1}-\left(x^2+x+1\right)^3\right)\leftrightarrow(x+1-3)\left(x^2+x+1-1\right)=x(x-2)(x+1)$.

2) $x^2+7|x|+10=(|x|-2)(|x|-5)\leftrightarrow(x-2)(x+2)(x-5)$;

3) $1-\log_{x^2}\left(x^2+3x-18\right)\leftrightarrow\left(x^2-x^2-3x+18\right)\left(x^2-1\right)=3(x-6)(x-1)(x+1)$.

Имеем систему: $\begin{cases} \dfrac{x(x-2)^2(x+1)(x+2)(x-5)(x+5)}{(x-6)(x-1)(x+1)}>0 \\ (x+6)(x-3)>0 \end{cases}$

Ответ: $x\in(-\infty;-6)\cup(3;5)\cup(6;+\infty)$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1) Коропец З.Л. Математика. Нестандартные методы решения неравенств и их систем / З.Л. Коропец, А.А. Коропец, Т.А. Алексеева. – Орел: УНПК, 2012.

2) Голубев В.И. Решение сложных и нестандартных задач по математике. – М.: ИЛЕКСА, 2007.