

И. В. Клещева (Санкт-Петербург)

**ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ
УЧАЩИХСЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МНОГОГРАННИКАМ**

Организация учебно-исследовательской деятельности (далее УИД) учащихся является обязательным компонентом общего образования. В связи с чем перед учителем встает задача поиска, отбора и адаптации предметного содержания, моделирование на его основе УИД учащихся.

В данной статье рассмотрим методические возможности организации УИД учащихся на примере изучения темы «Многогранники».

Учитывая различную готовность учащихся к исследовательской работе, целесообразно выделять ее инвариантное содержание, обязательное для освоения всеми учениками. Отбор такого математического содержания производится в соответствии с ФГОС, образовательными программами. Этот содержательный блок составляют основные понятия, утверждения, правила школьной математики, содержание этапов математической УИД, основные методы исследования математических объектов. Как правило, на этом содержании проводятся учебные исследования в рамках уроков математики.

Так же необходимо отобрать математическое и межпредметное содержание, отражающее интересы школьников, их дальнейшие профессиональные планы, стремление углубленного изучения математики или других предметов. Это вариативное содержание для исследовательских проектов, индивидуальных исследовательских заданий, внеурочной деятельности.

Многогранники являются центральными объектами изучения школьной стереометрии. Элементы работы с многогранниками пронизывают практически все темы: взаимное расположение прямых и плоскостей, комбинации многогранников и тел вращения, площади поверхностей, объемы и непосредственно изучение различных видов многогранников. Таким образом, имеется разнообразное математическое содержание для организации УИД учащихся.

Теория многогранников имеет тысячелетнюю историю и связана со многими разделами знаний: топологией, теорией графов, линейным программированием, теорией оптимального управления, кристаллографией, архитектурой, оригами. Таким образом, при изучении многогранников учащимися могут быть исследованы не только математические вопросы, но и различные проблемы межпредметного характера, практические приложения. Например, многогранники в искусстве (гравюры Эшера, кубизм, архитектура), в ювелирном деле (огранка камней в виде многогранников), в строении кристаллов. Это не только расширяет круг возможных тем для исследовательских проектов, демонстрирует использование математики в других областях знаний, но и положительно влияет на развитие активной познавательной деятельности учащихся.

Содержание, на котором организуется УИД или ее отдельные этапы,

целесообразно отбирать в соответствии с проблематикой математического учебного исследования и соблюдая логику исследования математического объекта. Так, проблема математического учебного исследования чаще всего связана с введением новых для учащихся математических объектов и понятий, с обоснованием существования или невозможности существования абстрактных математических объектов (этот вид проблем является специфическим для математики, оперирующей абстрактными объектами), проверки истинности математического знания в различных системах аксиом (данный вид проблем также специфичен для предметной области «математика»), с нахождением свойств или признаков математических объектов, выявления математических закономерностей, с нахождением метрических характеристик объекта (длина, площадь, объем), с выяснением влияния определенного условия на выполнение некоторого свойства объекта (установление взаимосвязи элементов одного математического объекта, установление взаимосвязи различных математических объектов).

Соблюдая логику исследования математического объекта, можно проследить закономерность в распределении типов учебных проблем. Прежде всего, при введении нового абстрактного объекта целесообразно установить условия его существования и способы задания. Затем выясняются свойства объекта и влияние некоторых условий на выполнение того или иного свойства, устанавливаются связи между объектами, находятся их метрические характеристики, исследуются возможности применения. Приведенная последовательность исследования различных аспектов математического объекта является типовой и может определять логику отбора и структурирования учителем основного математического содержания для организации УИД учащихся.

Достаточно широко при изучении многогранников применяется мысленное или реальное конструирование моделей многогранников: для доказательства существования некоторого многогранника или комбинации многогранников, для предъявления контрпримера, для измерения некоторых метрических параметров с целью выдвижения или проверки гипотезы.

Примеры заданий:

- 1) Сконструируйте многогранники, имеющие 8 ребер; 9 ребер.
- 2) Какое минимальное число вершин может иметь многогранник (необходимо рассмотреть выпуклый и невыпуклый многогранники)?
- 3) Верно ли, что многогранник, все грани которого квадраты, является кубом?
- 4) Из 6 одинаковых спичек составьте фигуру так, чтобы каждые три спички имели общий конец. Исследуйте геометрические свойства полученной фигуры.

Приведенные примеры иллюстрируют элементы математической учебно-исследовательской деятельности. Для способных и заинтересованных учащихся подобные задания могут стать стартом более содержатель-

ных учебных исследований. Так, конструирование различных многогранников с определенным числом вершин (ребер, граней) может повлечь за собой поиск закономерности между вершинами, ребрами, гранями.

Разнообразие многогранников позволяет рассматривать отдельные виды этих фигур, искать общие для определенного вида свойства или изучать особенности конкретного многогранника, исследовать условия существования многогранника. Тем самым содержание данной темы позволяет сконструировать различные типы учебно-исследовательских задач для определенного вида многогранников, например, для призмы.

- 1) Существует ли призма, которая имеет 14 ребер?
- 2) Существует ли призма, которая имеет 15 ребер?
- 3) Призма имеет n ребер. Какой многоугольник лежит в основании этой призмы?
- 4) Призма имеет k граней. Какой многоугольник лежит в основании этой призмы?
- 5) Верно ли, что многогранник, составленный из двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях, и параллелограммов, является призмой?
- 6) Верно ли, что многогранник, все грани которого квадраты, является кубом?
- 7) Является ли призма, все ребра которой равны друг другу, правильной?
- 8) В правильной треугольной призме сторона основания a , а высота h . Через сторону основания проведена плоскость под углом α к плоскости основания. Определите площадь полученного сечения. (Подсказка: какие фигуры могут получаться в сечении?)

Такие задания, сконструированные на программном материале темы, в условиях дефицита учебного времени ценны своей методической насыщенностью. Они позволяют организовать элементы УИД на уроке математики, осуществлять подведение под понятие, устанавливать связи с изученным.

Многогранники являются пространственными аналогами многоугольников. Это предоставляет возможность использовать аналогию плоскость-пространство и для введения самого понятия многогранника, и для исследовательского поиска некоторых свойств многогранников. Так, пространственным аналогом треугольника является тетраэдр. Формулируя утверждения по аналогии известным свойствам треугольника, можно получить интересные, зачастую неочевидные свойства тетраэдра. Например, если в тетраэдре при одной из вершин три прямых плоских угла, то сумма квадратов площадей боковых граней равна квадрату площади основания. Это свойство тетраэдра сформулировано по аналогии с теоремой Пифагора для прямоугольного треугольника. При этом важно, чтобы учащиеся осознавали необходимость логического обоснования полученных по аналогии гипотез и осуществляли его.

В теме «Многогранники» рассматриваются два основных класса фигур: призмы и пирамиды. Исследования этих фигур во многом схожи (последовательность, идеи доказательства). Поэтому их изучение можно строить как два исследования: изучение призм и пирамид. Причем уровни этих исследований по степени самостоятельности учащихся будут различными. Исследование призм может осуществляться учащимися совместно с учителем, а ход изучения пирамид планируют уже сами учащиеся. И уровень самостоятельности при исследовании пирамид повышается.

Введение понятия призмы осуществлялось нами на основании анализа учащимися чертежей (или моделей) различных видов многогранников. Сравнивая между собой призмы и другие многогранники, учащиеся должны были выделить гипотетические существенные признаки призмы, попытаться дать определение понятия призма. Учащимся предлагалось построить в соответствии с придуманным «определением» призму, не изображенную на чертежах. Это помогает уточнить выделенные учащимися существенные признаки призмы, скомпоновать их в конструктивное определение. К неверно сформулированным определениям учащиеся ищут контрпримеры или указывают избыточные признаки. Затем каждый учащийся изображает на рисунке «своей» призмы основные элементы, которые определяют это тело, придумывают им названия, дают определения. Прделанная работа обсуждается. На доске отмечают учителем или учениками различные элементы призмы: вершины, ребра, углы (плоские, многогранные), грани (основания и боковые грани), высота призмы. Формулируются обобщенные определения элементов, выявляются свойства этих элементов. Например, равенство и параллельность боковых ребер призмы. Вводится обозначение и название призмы. Устанавливаются связи между различными видами призм. Рассматриваются наклонные, прямые и правильные призмы, параллелепипеды, кубы как частные случаи призмы.

В заключение учащимся предлагалось проанализировать логотип сети гипермаркетов Prisma, выяснить, соответствует ли фигура, изображенная на логотипе, изображению призмы, отыскать такую проекцию призмы на плоскость, которая бы была максимально приближена к изображению логотипа.

При выведении формулы площади поверхности призмы может быть организована дифференцированная исследовательская работа в группах. Для того, чтобы большинство ребят могли принять активное участие в исследовании, в каждую группу были объединены учащиеся примерно одного уровня исследовательского потенциала. Такая группировка позволяет предоставить учащимся оптимальный для них уровень сложности заданий и степень самостоятельности их выполнения. Группе с невысоким исследовательским потенциалом выдается картонная модель прямой треугольной призмы, все последующие задания относятся к этой призме.

1) Из чего состоит боковая поверхность призмы?

- 2) Как можно найти площадь боковой поверхности призмы?
- 3) Найдите площадь боковой поверхности вашей призмы. (Для нахождения необходимых элементов призмы используйте замеры соответствующих элементов.)
- 4) Сформулируйте правило нахождения площади боковой поверхности произвольной треугольной прямой призмы.
- 5) Сформулируйте более общее правило. Проверьте его.
- 6) Из чего состоит полная поверхность призмы?
- 7) Как можно найти площадь полной поверхности призмы?
- 8) Найдите площадь полной поверхности вашей призмы.
- 9) Сформулируйте правило нахождения площади полной поверхности произвольной треугольной прямой призмы.
- 10) Сформулируйте более общее правило. Проверьте его.

Для более подготовленных учащихся к рассмотрению предлагалась не конкретная модель призмы, а произвольная прямая призма, повышался уровень обобщения, снижалась детализация решения поставленной проблемы, повышалась самостоятельность. Задание имело следующую формулировку. Дана n -угольная прямая призма. Определите понятия боковой поверхности призмы, площади боковой поверхности призмы. Выведите формулу нахождения площади боковой поверхности призмы. Проведите аналогичное исследование для нахождения площади полной поверхности призмы.

Завершение изучения главы было состыковано с представлением проектов, тематически связанных с многогранниками.

Таким образом, тема «Многогранники» предоставляет благоприятные содержательные возможности для организации урочной и внеурочной УИД учащихся и обогащения исследовательского опыта ребят.

А.А. Папышев (Алматы, Казахстан)

НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК ОСОБЫЙ ВИД МАТЕМАТИЧЕСКИХ УПРАЖНЕНИЙ

Проблему углубленного математического образования следует рассматривать как комплексную проблему, в которой математическая подготовка учащихся средних школ и студентов вузов изучается в неразрывной связи с учетом всех внутренних и внешних факторов. Исследования авторов по этой проблеме основаны на опыте создания учебников и учебных пособий по алгебре для 10-11 классов, предназначенных для углубленного изучения математики, на многолетнем активном участии в организации и проведении олимпиад, чтении лекций на курсах повышения квалификации учителей средних школ и преподавателей вузов, участии в проверке работ единого национального тестирования (ЕНТ). Съезд учителей математики выразил беспокойство «существенным снижением уровня математической подготовки выпускников средней школы, что ставит под удар способность