РАЗДЕЛ IV.
СОВРЕМЕННЫЕ ТЕНДЕНЦИИ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН В ВЫСШЕЙ ШКОЛЕ

И.Е. Сергеева (Москва)

НЕКОТОРЫЕ ОШИБКИ ЛОГИЧЕСКОГО ХАРАКТЕРА, ДОПУСКАЕМЫЕ СТУДЕНТАМИ ПРИ ИЗУЧЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Очень часто ошибки, возникающие у студентов (особенно первых курсов) при изучении математического анализа, по сути, имеют логический характер и обусловлены тем, что логическая грамотность студентов не сформирована на достаточном уровне.

Пытаясь формулировать определение ограниченного сверху числового множества, студенты первого курса нередко говорят следующее: «Числовое множество называется ограниченным сверху, если для любого элемента этого множества существует действительное число, его большее». Как правило, они даже не видят своей ошибки, заключающейся в незаконной перестановке разноименных кванторов, не понимают, что именно они сделали не так и/или почему так делать нельзя. Преподаватель может показать студентам, что, пользуясь таким «определением», можно доказать ложное утверждение: множество всех натуральных чисел ограничено сверху.

Другой пример. Для лучшего усвоения понятия предела числовой последовательности студентам обычно предлагают задания следующего типа: «Докажите, что число *a не является* пределом числовой последовательности x_n». Для того чтобы выполнить это задание, необходимо преобразовать отрицание определяющего условия определения предела числовой последовательности. Многие студенты допускают сразу шесть ошибок уже на этом этапе, поскольку не знают законов логики, по которым следует преобразовывать отрицание предложения. Они пишут: $a \neq \lim x_n \leftrightarrow \forall\varepsilon<0\ \exists n_0 \notin \mathbf{N}\ \forall n<n_0\ |\, x_n - a\,| \geq \varepsilon$, или всего лишь с тремя ошибками: $a \neq \lim x_n \leftrightarrow \exists\varepsilon<0\ \forall n_0 \notin \mathbf{N}\ \exists n<n_0\ |\, x_n - a\,| \geq \varepsilon$. В обоих случаях это совсем не то, что требуется доказать.

Рассмотрим еще один пример. После того, как доказана некоторая теорема, преподаватели часто спрашивают студентов, а верно ли обратное предложение. Но ведь чтобы ответить на этот вопрос, нужно это обратное предложение сначала сформулировать! Вот тут-то и выясняется, что многие студенты просто не умеют этого делать. Например, такой вопрос возникает относительно теоремы об ограниченности всякой сходящейся последовательности. В качестве вариантов предложения, обратного данному, студенты часто предлагают следующее: «Если всякая последовательность ограничена, то она сходится». В этом предложении квантор общности ошибочно отнесен не ко всей импликации, а только к ее посылке, в результате чего полученное предложение имеет ложную посылку и тривиальным образом истинно. Нередко студенты предлагают такой вариант: «Последовательность ограничена, если она сходится». Это предложение представляет собой переформулировку исходного предложения с опущенным внешним квантором общности. Эти ошибки вызваны тем, что студенты не умеют переходить от безусловной формы теоремы к ее условной форме и строить предложение, обратное данному в условной форме.

Мы выделили следующие группы универсальных логико-языковых умений [1], необходимых при изучении как математического анализа, так и других математических дисциплин в вузе: I. Группа умений, связанных с логическим конструированием математических предложений и определений. II. Группа умений, связанных с логическим преобразованием математических предложений и определений. III. Группа умений, связанных с формализацией математических предложений и определений. Все эти умения в комплексе характеризуют логическую грамотность математической речи. Логическую грамотность математической речи студентов мы рассматриваем как 1) владение минимумом логико-языковых знаний и умений, необходимых для успешного изучения математических дисциплин; 2) способность понимать математическую речь в ее логическом аспекте и пользоваться математическим языком в соответствии с его логическими нормами, т.е. без логико-языковых ошибок.

Заметим, что, исправляя студенческие ошибки, о которых шла речь выше, мы демонстрируем им образец того верного решения, которое хотим получить от них. Но ведь мы не убережем их тем самым от подобных ошибок в дальнейшем до тех пор, пока не сформируем у них соответствующие знания и умения, которые помогут им при изучении всех математических дисциплин. Наши исследования показали, что для успешного формирования логической грамотности необходима организация целенаправленного изучения логических основ математического языка.

В Московском педагогическом государственном университете на математическом факультете уже имеется успешный опыт формирования у студентов первого курса универсальных логико-языковых умений в рамках разработанного нами Вводного курса математики [2]. Многолетний опыт преподавания на математическом факультете МПГУ позволяет утверждать, что студенты, изучавшие логико-ориентированный вводный курс математики, успешнее осваивают другие математические дисциплины, в частности, курс математического анализа, успешнее преодолевают многие трудности логического характера.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тимофеева И.Л. Об универсальных логико-языковых умениях студентов – будущих учителей математики / И.Л. Тимофеева, И.Е. Сергеева // Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «68 Герценовские чтения». – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2015. – С. 19-20.

2. Тимофеева И.Л. Вводный курс математики: Учебное пособие для студентов учреждений высш. пед. проф. образования / И.Л. Тимофеева, И.Е. Сергеева, Е.В. Лукьянова – М.: Издательский центр "Академия", 2011.