Н.Л. Майорова, Г.В. Шабаршина (Ярославль)

О ГРАНИЦАХ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТРОГОСТИ

Хорошо известно, что между школьной подготовкой, получаемой в обычной средней школе, и требованиями, предъявляемыми к поступающим в вуз, всегда существовал разрыв. Требования университета, может, не совсем адекватно, но отражают требования рынка труда. Нужно определять содержание математического образования, согласовываясь с современными реалиями, с потребностями других наук. Начинать надо со школьной скамьи. Школа же заинтересована в хороших процентах сдачи ЕГЭ. Часто школа вынуждена завышать оценки и дезинформировать и детей, и их родителей. Учитывая этот момент, многие вузы занимаются подготовкой «своих» абитуриентов [1]. На математическом факультете и факультете информатики и вычислительной техники Ярославского государственного университета не первый год работают лектории для школьников старших классов. Здесь ведется углубленная подготовка (бесплатная для учащихся) в рамках школьной программы, и обсуждаются задачи, связанные с получением школьниками дополнительных знаний.

Например, тема «Обратные тригонометрические функции», без сомнений, представляет для учащихся большие трудности. Часто бывает, что школьники не справляются с решением даже элементарных заданий, не говоря уже о сложных задачах, выполняют решение формально, совершая при этом действия, свидетельствующие о полном непонимании. При проверке заданий ЕГЭ экспертам приходиться сталкиваться с такой ситуацией, что выпускник не может «вытащить» независимую переменную из показателя степени простейшего показательного уравнения, так как не понимает действия обратной функции и оставляет в ответе полученное уравнение. Далее, действуя по шаблону при решении логарифмических неравенств, учащиеся делают глупые ошибки. Обучение математике в средней школе должно быть направлено не на передачу некоторой суммы знаний учащемуся, а на развитие способностей к получению знаний, логического мышления. Очевидно, что логически обоснованные, взаимосвязанные знания усваиваются лучше. Возвращаясь к приведенным примерам, следует заметить, что наиболее доступное введение логарифмической функции и обратных тригонометрических можно было бы провести после введения понятия обратной функции. Обратная функция – это самая востребованная, естественно возникающая функция. Однако изложение этой темы либо отсутствует, либо изучается мельком, оставляя еще больше вопросов. Хотя формулировка понятия обратимости функции и достаточного условия существования обратной функции для школьников вполне доступны, причем приходят они к пониманию этого материала практически самостоятельно. Почему-то большинство учителей не знакомят учащихся с графиками обратных тригонометрических функций, не акцентируют внимания на простейших свойствах двух взаимно обратных функций. Геометрическая интерпретация очень упрощает понимание предмета. А графики суперпозиции функций, например, синуса от арксинуса переменной икс или арксинуса от синуса икс могут для думающих учеников окончательно разъяснить эту сложную тему. На занятиях лекториев мы стараемся использовать такие возможности для развития математических способностей учащихся, для воспитания математической культуры доказательств, поскольку во многом школа сейчас превратилась в набор формул и рецептов решения задач. Кстати, большим шагом по улучшению вариантов ЕГЭ явилось включение отдельными пунктами задания «доказать, что…». Это должно способствовать улучшению качества преподавания геометрии в школе.

Вопрос о полноте формулировок и доказательств – очень непростой вопрос, даже не столько в школе, сколько в вузе. С одной стороны, фундаментальное образование требует логического подхода, основанного на четких определениях, формулировках и строгих доказательствах. И, в результате, при такой системе преподавания математика воспринимается студентами как ужасно сложная дисциплина, мало связанная с реальной жизнью. Преподавание математики превращается в проблему как для обучающей стороны, так и для обучаемой из-за отсутствия целесообразности, полезности и интереса. Значит, если доказательство на строгом уровне недоступно студентам, то его можно пропустить и даже не пытаться объяснять. Однако, это тоже неверно. «Легче» и «лучше» сделать процесс обучения – это в математике разные вещи [2].

Как отмечалось в [3], в идеале, программы математических дисциплин должны быть составлены с учетом конкретной специальности, обучение должно проводиться в тесной взаимосвязи математической составляющей и специальной. Это мечта, а не реальность. Но даже если это сделано, возникает проблема для ее успешной реализации в лице студента, который, как правило, не знает, что ему нужно для обучения, что он будет делать по окончанию вуза. Не знает, будет ли он работать в этой области, или в смежной, или вообще далекой от изучаемой. Всем известно, что у многих современных студентов изменилась мотивация. Они хотят получить не образование, а корочки диплома. И мы не можем рассчитывать на то, что студент окажется способен сам соединить в своей голове разрозненно поданные ему сведения из разных областей. Хотя это и есть цель образования: математическая компетентность выпускника должна быть достаточна для применения математических методов при решении профессиональных задач и для дальнейшего роста его как специалиста. Математика – единственный предмет, который профессионально направлен на развитие мозга путем решения встающих перед человеком задач, как абстрактных, так и практических.

На наш взгляд [4], математическое образование должно быть непрерывным. На первом и втором курсе формируются как фундаментальные, так и условно прикладные математические знания. Условно – означает возможность приложения их к модельному, «нереальному» классу задач. А дальше идет закрепление и развитие этих знаний в общепрофессиональных дисциплинах, изучение прикладных математических методов в процессе подготовки на уровне магистратуры.

Несколько слов про доказательства в курсе математического анализа. Есть старая известная задача про паломника. «Ранним утром монах начинает подъем на Фудзи. Он поднимается по единственной тропе. Идет с разной скоростью и иногда останавливается. Только к вечеру он доходит до вершины. Ранним утром (причем в то же время) он начинает спускаться вниз по этой же тропе. Идти вниз легче и уже к обеду он возвращается к подножью горы. Как доказать, что на этой тропинке обязательно будет место, которое он проходил в одно и то же время при подъеме и спуске?» Решение на житейском уровне очень простое: пусть монахов было два, и они шли навстречу друг другу. С другой стороны, это хорошая задача для понимания теоремы Больцано-Коши о функции, непрерывной на отрезке и принимающей на концах этого отрезка значения разных знаков. Здесь же можно еще раз обсудить смысл понятия непрерывности функции в точке и на промежутке. Это, в свою очередь, поможет решить сложный вопрос об обнаружении точки – нуля функции. Таким образом, доказательства следует выбирать так, чтобы они правильно воспитывали как прикладную математическую интуицию, так и способность анализировать причины и взаимосвязи фактов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Преемственность в изучении математических дисциплин // Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную конференцию «65 Герценовские чтения» / Под ред. В.В. Орлова. – СПб: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2012. – С. 140-143.

2. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Из практики обучения математике в условиях современного вуза // Концепция развития математического образования: проблемы и пути реализации: Материалы XXXIV Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – М.: Издательство: ООО «ТРП», 2015. С. 379-384.

3. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Прикладные задачи на занятиях по математическому анализу или как приобщить студента к «большой науке». Математика и компьютерные науки в классическом университете: материалы 6-й научной конференции / отв. ред. М.В. Невский; Яросл. Гос. ун-т им. П.Г. Демидова. – Ярославль: ЯрГУ, 20116. – С. 96-101.

4. Изотова И.В., Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Опыт практического обучения студентов в реалиях современного вуза // Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную конференцию «67 Герценовские чтения»/ Под ред. В.В. Орлова. – СПб: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2014. – С. 66-70.

М. В. Поспелов, М.А. Рогозина (С.-Петербург)

ВОПРОС ГОТОВНОСТИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ К ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

Следует сразу оговориться, что настоящая статья ориентирована на обсуждение вопроса исследовательской деятельности школьников, в основном, в форме индивидуальных исследовательских проектов естественно-научной, экологической, технической и даже бытовой тематики. Речь не идёт о математических или других абстрактных исследованиях и даже о применении аппарата прикладной математики для математического моделирования исследуемых объектов и явлений. Тем не менее, за сегодняшними трудностями развёртывания исследовательской деятельности среди учащихся российской средней шко-