

## РАЗДЕЛ II. ИСТОРИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

*Н.С. Подходова (С.-Петербург)*

### СОВРЕМЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ: ПРОБЛЕМА РАЗВИТИЯ ЛИЧНОСТИ

Модернизация образования в России определяет новые подходы к обновлению и развитию всей образовательной системы, в том числе и математическому образованию, его содержанию, методам и организации его освоения учеником. Одним из важнейших направлений современной образовательной системы является создание условий для развития личности школьника, его самоопределения в рамках получения образования в школе.

После реформирования советской модели классической системы школьного математического образования (1964 – 1982 гг.) наступает период контрреформации (1982 – 1990 гг.); когда часто меняются цели образования, в том числе и математического.

Изменения продолжают происходить и на современном этапе развития школьного математического образования. В 2004 г. появляются стандарты общего образования, затем постепенно, начиная с 2011 г. заменяются стандартами второго поколения, разрабатывается новая концепция математического образования (2013-2015гг.). Частые изменения не позволяют проследить или установить последствия этих изменений в математическом образовании. Но они отражаются в современных исследованиях по методике обучения математике. Их анализ позволит увидеть влияние изменений в математическом образовании на решение проблемы развития личности при обучении математике за последние 30 лет, что мы и сделаем ниже.

Прежде определим, каких выпускников «ждет» в настоящее время государство, каков социальный заказ общества. Ведь направленность развития системы образования, ее цели определяются запросами и возможностями государства и общества. Последние в определенной степени диктуются направленностью и желаемым уровнем развития производства, который характеризуется используемыми технологиями.

Совокупность технологий, характерных для определенного уровня развития производства в экономике определяют как технологический уклад (понятие было введено российскими экономистами Д. С. Львовым и С. Ю. Глазьевым). В связи с научным и техническим прогрессом происходит переход от более низких укладов к более высоким, прогрессивным. Основы последующего технологического уклада зарождаются, как правило, ещё в период господства и расцвета предыдущего или даже предпредыдущего уклада. В среднем один уклад продолжается 50-60 лет. На сегодняшний день экономисты выделяют 5 существующих укладов и говорят о наступлении 6-го, и даже 7-го.

Первый уклад (1785-1835 гг.) возник на основе развития технологий в текстильной промышленности и широком использовании энергии воды. Хотя в это время уже имелись паровые машины, но широкого использования они ещё не получили.

СССР выиграл гонку за четвертый технологический уклад (1930-1990 гг.), где ведущую роль играли машиностроение, тяжелая промышленность, энергетика. Это время как раз включает период стабильности школьного обучения в среднем образовании. Из всего фонда научных открытий СССР с 1950 по 1990 гг. 80% были сделаны в 50-60 гг. Эти достижения обусловлены соответствующей системой образования в целом и математической подготовкой, в частности.

Пятый уклад (1985-2035 гг.) опирается на достижения в области микроэлектроники, информатики, биотехнологии, генной инженерии, новых видов энергии, материалов, освоения космического пространства, спутниковой связи и т.п. Происходит переход от разрозненных фирм к единой сети крупных и мелких компаний, соединенных электронной сетью на основе Интернета. К сожалению, мы его не создали. Сегодня его доля у нас составляет примерно 10%, да и то только в отдельных отраслях. Все остальные составляют прежний четвертый и даже третий уклады.

Шестой технологический уклад – это развитие робототехники, биотехнологий, основанных на достижениях молекулярной биологии и генной инженерии, нанотехнологии, систем искусственного интеллекта, глобальных информационных сетей, интегрированных высокоскоростных транспортных систем. Будет преобладать иная организация социума, которая станет сетевой, а сам социум кластеризированным.

В настоящее время ситуация складывается таким образом, что несмотря на слабую развитость технологий заканчивающегося пятого уклада следует ориентироваться на ускоренное развитие шестого («обгонять, не догоняя»). В основе успеха лежит решение задач моделирования, где первое место отводится математике (М.В. Воронов).

Для сравнения России с другими странами в этом вопросе приведем таблицу, в которой указаны процентные доли разных укладов в экономике разных стран.

Таблица 1

*Доля техноукладов в экономике некоторых стран (оценка) [2, 5, 13]*

Страна	III техноуклад	IV техноуклад	V техноуклад	VI техноуклад
США	-	20 %	60 %	5 %
Россия	30%	50%	10%	-
Украина	57,9 %	38 %	4 %	

Основным отличием седьмого технологического уклада от всех предыдущих будет включение в производство человеческого сознания. Можно сказать иначе: человеческое сознание – мышление станет такой же производительной силой, какой в своё время стала наука, и тогда мы обретаем возможность изготавливать нужный нам продукт прямо из пустоты, не прибегая

к предварительному изготовлению станка или иного оборудования. Такие технологии можно назвать когнитивными [8].

И здесь тоже велика роль математики. Именно ее изучение способствует развитию таких видов мышления, как формально-логическое, алгоритмическое, т.к. математика построена на законах и правилах формальной логики, а владение математическими методами строится на основе алгоритмов. Также освоение математики требует постоянной аналитической деятельности. Поэтому направленность на развитие мышления и умения анализировать имеющиеся модели и создавать новые должны быть одними из основных целей математического образования в школе как реализующие запросы государства. Но, кроме этого, важно понимать, что вырабатываемые человечеством знания, в конечном счете, есть результат коллективной деятельности людей и их совместного осознания действительности, являются общественным ресурсом по самой своей сути. «... Люди привыкли считать, что они думают сами, что процесс мышления протекает исключительно в их головах. В действительности мышление больше похоже на работу сборочного конвейера, где в нечто целое собираются части, изготовленные на тысячах разных заводов. В своих мыслях мы оперируем "изделиями" тысяч других людей, многие из которых умерли многие века назад... Не будь этого общего идейного поля, мы не были бы способны понимать друг друга - понимать на уровне сознания, совместного знания» (М.В. Сухарев). Но молодым российским специалистам часто не хватает именно умения осуществлять социальную коммуникацию. И даже обладая высоким профессиональным уровнем, они могут не найти свое место в обществе в силу невладения указанным умением.

Анализ исторического опыта обучения математике позволяет продемонстрировать наиболее значимые периоды с точки зрения получения наиболее высоких результатов в науке и производстве. Так, заимствования опыта Запада, причем часто тогда, когда результаты этого опыта оказывались отрицательными, скорее разрушали, чем способствовали улучшению математического образованию. Такие периоды как середина XIX в., когда произошло зарождение систематического классического русского образования, начало XX в., когда происходит возврат к нему и активный поиск путей реализации, а также частичная реализация, и, наконец период стабильности и реализации такого образования в 30-е гг. и до середины 60-х. показали преимущество обучения математике, когда целью является всестороннее развитие личности ребенка, проводимое на основе освоения систематических математических курсов, взаимосвязи теории и практики, а также разумного внедрения идеи политехнизма как связи с жизнью. Конечно, современные достижения науки, преимущественно, педагогики и психологии, должны вносить коррективы в методику обучения математике школьника в настоящее время, и их влияние, в первую очередь, отражается в научных исследованиях по методике обучения математике.

Поэтому обратимся, как писали выше, к исследованиям и попробуем проследить их направленность за последние 30 лет. Традиционно в методике обучения математике выделяют 3 группы целей исследований:

- цели, направленные на улучшение освоения математики учащимися за счет изменения структуры и конкретных изменений в математическом содержании;

- цели, направленные на развитие психических процессов: памяти, восприятия, мышления, определенных качеств и сторон мышления, универсальных мыслительных операций, т.е. учебный материал по математике или организация его изучения выступает как средство достижения развивающих целей;

- целей, связанных с личностными качествами учеников, в частности, мотивацией, познавательным интересом, развитием самостоятельности, ... т.е. учебный материал по математике или организация его изучения выступает как средство развития личности.

Мы проанализировали понятийный аппарат исследований по методике (кандидатских и докторских), разделили их на 3 группы в зависимости от указанных выше приоритетных целей исследования. Несмотря на возможность защиты кандидатских и докторских диссертаций по методикам обучения с 1934 г., первые работы по этой специальности, как показали исследования, проведенные вместе со студентами математического факультета, появились только в 50-х гг. Имели они вид методических разработок, понятийный аппарат явно не выделялся. Количество исследований было незначительным (до двух работ в год), кроме 1962-1967 гг., когда их количество колебалось от 4 до 21 работы в год. С 1984 г. методические исследования в области математики защищаются каждый год. Поэтому ниже мы рассмотрели исследования, выполненные за последние 30 лет.

На основе полученных данных был построен график зависимости количества выполненных исследований от года для каждой группы целей, начиная с 1985 г. и по 2015 г., когда постоянно происходили реформы школьного математического образования, менялись и внедрялись учебники, причем, не всегда



Рис. 1

был реализован этап апробации этих учебников.

На рисунках ниже продемонстрировано изменение количества исследований по методике обучения математике в разные годы, направленных на дости-

жение всех трех групп целей (количество исследований в определенный год изображено точкой).



Рис. 2

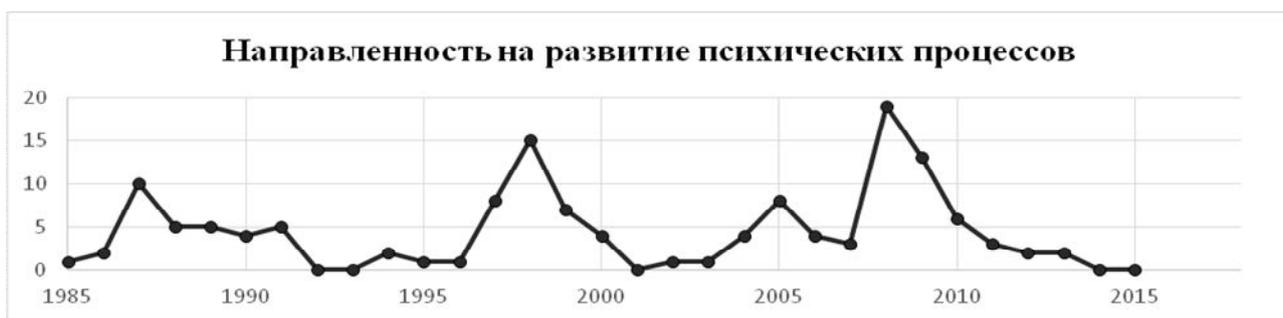


Рис. 3

Для сравнения на рис.4 представлены все результаты, изображенные на рис. 1-3 (для краткости цели, направленные на развитие личностных качеств, обозначены как воспитательные).

Сравнивая графики, можно отметить, что количество исследований 3 группы по математике меньше, чем других групп.

Сравнение с историческими периодами развития математического образования в школе, позволяет заметить, что в период начала реформ количество исследований фактически сводится к нулю («период растерянности»), а потом постепенно приходит понимание, в какую сторону надо двигаться, и количество исследований начинает расти. Далее наступает пик, затем снижение («все как бы исследовано»), и затем опять начинается новый цикл.



Рис. 4

Сравнивая графики, можно отметить, что количество исследований 3 группы по математике меньше, чем других групп.

Конечно, можно выбрать другое основание деления исследований на группы. В настоящее время в школьном математическом образовании одним из приоритетных направлений является подготовка учащихся к использованию математики в решении широкого круга проблем, возникающих в реальном ми-

ре вне рамок образовательного процесса. Это обусловлено возросшим в последние десятилетия значением математики в общей системе знаний, а также интеграцией наук. Математические методы проникают в разнообразные сферы деятельности и лежат в основе изменяющих мир информационных технологий. Поставленная в начале XXI в. задача создания системы профильного (ныне углубленного) обучения школьников предусматривает одновременную реализацию принципов личностно-ориентированного и практико-ориентированного образования.

Согласно положениям ФГОС ОО необходим переход от предметно-ориентированного обучения к обучению, реализующему системно-деятельностный подход, предполагающий подготовку школьника к профессиональной и общественной жизни. Поэтому современные требования к результатам обучения математике включают не только овладение предметными знаниями, но и знаниями о сущности и особенностях реальных объектов и явлений. В Концепции развития математического образования в РФ также подчеркивается необходимость приобретения школьниками «знаний и навыков, применяемых в повседневной жизни и профессиональной деятельности».

Анализ диссертаций последних двадцати лет по *прикладным аспектам* обучения математике в школе выполнен в диссертации М.В. Егуповой [3]. Он позволяет выделить среди них три основных направления исследований:

1) развитие математического мышления, организация учебной исследовательской деятельности школьников (Т.А. Полякова, Е.В. Сухорукова, Л.В. Форкунова);

2) изучение путей осуществления межпредметных связей математики с другими дисциплинами: физикой (И.В. Зубова), биологией (С.Н. Дворяткина), экономикой (М.Ю. Тумайкина, А.Г. Еленкин), химией (Е.В. Иващенко); разными предметами (О.А. Кожокар);

3) включение практических задач в отдельные разделы школьного курса математики (Л.Э. Хаймина, Е.М. Ложкина, С.Ю. Полякова, В.С. Абатурова).

Малочисленны исследования, связанные со школьным курсом геометрии, рассматриваемые в них проблемы носят часто методический характер (В.В. Орлов, Н.С. Подходова, А. Ахлимерзаев, С.С. Варданын и др.).

В докторских диссертациях последнего десятилетия отражены отдельные аспекты прикладной направленности школьного курса математики:

- изучение математических моделей экономики в школьном курсе математики (А.С. Симонов);

- геометрическая составляющая естественнонаучной картины мира в обучении старшеклассников (Е.А. Ермак);

- использование «методической реальности» в преподавании математики в школе, объединяющей понятия политехнизма и прикладной направленности обучения (И.В. Егорченко);

- построение модели обучения алгебре и началам анализа для профилей естественно-научного направления на основе логики прикладной математики (И.А. Иванов).

Проблемам совершенствования профессиональной подготовки учителя математики в высшем педагогическом образовании посвящено большое число исследований, которые можно сгруппировать по следующим направлениям:

- профессионализация предметной подготовки учителя математики (А.Г. Мордкович, А.И. Нижников, Е.И. Смирнов и др.);

- методическая подготовка учителя математики: ее теоретические основы и практика подготовки студентов к преподаванию математики в школе (В.А. Гусев, И.В. Дробышева, Т.А. Иванова, В.А. Кузнецова, Н.Д. Кучугурова, Г.Л. Луканкин, В.Ф. Любичева, И.Е. Малова, Г.И. Саранцев, Н.Л. Стефанова, В.А. Тестов, Т.И. Уткина, Р.С. Черкасов и др.);

- методическая и математическая подготовка учителя к изучению приложений высшей математики: формирование у студентов педвузов представлений о математическом моделировании на примере обучения дифференциальными уравнениями; подготовка учителя математики к осуществлению прикладной ориентации обучения в польской школе в ходе изучения математических дисциплин (Р.М. Асланов, Г. Трелиньски и др.).

В имеющихся исследованиях рассмотрены отдельные вопросы подготовки учителей к практико-ориентированному обучению математике в школе. В частности, разработан ряд теоретических положений и специальных методик обучения школьников решению задач практического характера, осуществления прикладной направленности обучения математике в школе. Докторское исследование М.В. Егуповой направлено на создание методической системы подготовки учителей математики к практико-ориентированному обучению математике в школе [3]. Исследования, выполненные по методике обучения математике за последние 2 года касаются, в основном, подготовки студентов – будущих учителей математики.

Таким образом, частично проблемы, связанные с модернизацией образования решены в этих исследованиях. Опираясь на анализ исследований, посвященных решению проблемы влияния современного математического школьного образования на развитие личности ученика, можно выделить несколько основных направлений в методике обучения математике:

- разработка средств для осознания учеником ценности математического знания для своего развития, для жизни, для овладения математикой, понимания места математики в мире, в системе наук. Но при этом необходимо сменить акценты. Математику в школе, все-таки, целесообразнее рассматривать не только и не столько как царицу, но и как служанку других наук и всего человечества. Как говорил Галилей, на ее языке пишутся законы Природы. Она является основой инженерии, она часть общей культуры;

- формирование умения «математически» ориентироваться в окружающем мире, как умения понимать, с каким математическим понятием связан процесс или явление в окружающем мире, а также умения объяснить или обосновать этот процесс или явление с точки зрения науки; математика является необходимым подспорьем всех созидательных профессий, дает возможность человеку ориентироваться в окружающем его мире. Эта наука (также, как физ-

культура по отношению к здоровью и гармоническому развитию тела) необходима для тренировки нашего мозга, для развития нашего интеллекта» (В.М.Тихомиров);

- разработка средств для овладения математическими методами, способами преобразования окружающего мира на определенном уровне, полученными при изучении математики, развития умения анализировать существующие модели и создавать новые; понимания, что математика представляет собой способ формализованного отражения рассматриваемых ситуаций;

- создание условий и средств, способствующих развитию мышления ученика (логического, пространственного, абстрактного ...); для этого необходимо уделять внимание логике построения самой математики, введению заданий на раскрытие содержательной логики целенаправленной последовательности мыслей и действий при решении задач, фактически, развитие рефлексии;

- учет особенностей ученика в процессе обучения. В этом направлении речь должна идти о содействии ученику в самопознании самого себя, как отправной точки самоопределения личности. Это значит, что учет особенностей ученика в процессе обучения должен включать не только способы выявления этих особенностей и приемы их учета, но и создание условий для познания этих особенностей самим учеником;

- обеспечение условий для самостоятельной подготовки обучающихся, включающей как поиск материалов для выполнения заданий по изучаемому разделу, так и самостоятельное освоение нового материала. При этом значимое внимание должно уделяться развитию коммуникативных умений как необходимому условию создания конечного продукта;

- разработка средств для применения учениками знаний и умений из других областей при решении математических сюжетных задач. При решении задач на разные процессы необходимо учитывать знания и умения учащихся, освоенные при изучении других областей, либо в самом решении, либо добавляя в решение задачи этап абстрагирования (выделение свойств объекта, которые не учитываем при составлении математической модели). Например, на уроках химии ученики узнают, что железо в чистом виде в природе не встречается, чаще применяются сплавы железа с углеродом. И когда они рассматривают процесс плавления стали и чугуна, то учитывают, что углерод, входящий в состав сплавов, при плавлении частично преобразуется в углекислый газ, который отводится. В математике же при сплавлении двух и более сплавов, содержащих железо, мы потерю массы не учитываем;

- разработка средств для владения учениками разными способами представления математической информации. Чаще рассматривается в исследованиях визуальный, но одним из более действенных для понимания является тактильно-кинестетический. Например, при изучении функций в старшей школе, можно предложить учащимся изобразить движения точки, траектория которой описывается заданным законом, например, как в следующей задаче.

Задача. Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = t^2 - 12t + 20$ , где  $x$  – расстояние от точки отсчета в метрах,  $t$  – время в секундах, измеренное с начала движения. Представьте, что вы являетесь моделью материальной точки, изобразите в движении проекцию изменения вашей скорости по оси  $x$  со временем от 0 с. до 15 с.

- отбор математического содержания, необходимого для обладания каждым учеником знаниями, обеспечивающими ему достаточный уровень способности «ориентироваться» в современной жизни, в частности: выделение качественных и количественных категорий, дискретности и непрерывности, рассмотрение математических символов, их понимание (владение языком математики), единство математики (например, с акцентом на связь алгебраического и геометрического представления связей между математическими объектами), углубленное изучение понятий отношений, соответствий и функций. Очень важно научиться понимать динамику зависимостей значений функции от значений ее аргументов, четко представлять себе порядки величин и оценки погрешностей в расчетах.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Беллюстин В. Очерки по методике геометрии (В пределах начального курса). М., 1912.
2. Василенко В. Технологические уклады в контексте стремления экономических систем к идеальности // Соціально-економічні проблеми і держава : журнал. — Тернополь, 2013. – Т. 8, № 1. – С. 65-72.
3. Егупова М.В. Методическая система подготовки учителя к практико-ориентированному обучению математике в школе: дис ... д-ра пед. наук: – М., 2014.
4. Каблов Е. Шестой технологический уклад // Наука и жизнь. – М., 2010. – № 4.
5. Колягин Ю.М. Русская школа и математическое образование: Наша гордость наша боль. – М.: Просвещение, 2001.
6. Маркова А.К. Психология профессионализма. Издательство: Международный гуманитарный фонд "Знание", 1996.
7. Мрочек В.Р., Филиппович Ф. Педагогика математики. – СПб., 1910.
8. Прохоров И. А. Начало 7-го технологического уклада [Электронный ресурс] / И. А. Прохоров. – Режим доступа: <http://www.energoinform.org /pointofview/prohorov/7-tech-structure.aspx>.

***В.В. Орлов (С.-Петербург)***

#### **ИСТОКИ ИННОВАЦИОННЫХ ТЕНДЕНЦИЙ В ОТЕЧЕСТВЕННОЙ МЕТОДИКЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ**

Методику обучения математике мы можем рассматривать как научную систему, как учебную дисциплину, как повседневную практическую деятельность преподавателя (учителя). В рамках каждой из трех ипостасей она отвечает на вопросы: зачем учить математике, чему и как учить, кого учить предмету, кто и где этим занимается. В разные исторические периоды развития отечественного математического образования иерархия вопросов и, соответственно, ответы на них могли различаться. Проследим это, начиная с XVIII в., с момен-